

Control 3

P1. (a) (3.0 ptos.) Sean $x, y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ tales que $x \neq y$. Demuestre, usando inducción, que

$$\sum_{k=0}^{n-1} x^{n-1-k} y^k = \frac{x^n - y^n}{x - y} \quad \forall n \geq 1.$$

(b) (3.0 ptos.) Determine el menor $n_0 \in \mathbb{N}$ a partir del cual es válida la desigualdad $3n + 2 < 2^n$ y demuestre que la desigualdad es válida ($\forall n \geq n_0$) usando inducción.

P2. Sea R una relación definida de $\mathbb{Z} \times (\mathbb{N} \setminus \{0\})$ en $\mathbb{Z} \times (\mathbb{N} \setminus \{0\})$ por: $(a, b)R(c, d) \iff ad = bc$.

- (a) (3.0 ptos.) Demuestre que R es relación de equivalencia y determine $[(0, 2)]_R$ es decir, la clase de equivalencia de $(0, 2) \in \mathbb{Z} \times (\mathbb{N} \setminus \{0\})$.
- (b) (3.0 ptos.) En $\mathbb{Z} \times (\mathbb{N} \setminus \{0\})/R$ (conjunto cociente) se define la relación Ω por $[(a, b)]_R \Omega [(c, d)]_R \iff ad \leq bc$. Demuestre que Ω es relación de orden y determine si es un orden total o parcial.

Tiempo: 1.15 horas.